

Реализация дифференцированного
подхода при подготовке
обучающихся к ГИА по математике в
условиях обновлённого ФГОС

Учитель математики БОУ «СОШ №116»
Шмакова Г.А

В подготовке к ОГЭ и ЕГЭ по математике дифференцированный подход имеет особое значение, т.к эта дисциплина объективно является сложной и вызывает у многих учащихся трудности

Цели дифференцированного подхода при подготовке к ГИА:

1. Обеспечение одинакового исходного минимума знаний у всех учащихся (обязательный уровень усвоения)
2. Углубление базовых знаний (средний уровень усвоения)
3. Совершенствование знаний в новых нестандартных условиях, развитие самостоятельности в получении знаний (высокий уровень усвоения)

Виды дифференциации:

- Дифференциация учебного материала (от простого к сложному)
- Дифференциация форм и средств обучения (уроки разных видов)
- Дифференциация методов обучения (групповые или индивидуальные)

Система работы:



Особенности работы:

1. Недопустимо решать задания скрыто, т.е в свёрнутом виде
2. Хорошо продумать и организовать работу над ошибками
3. Использовать методы многократного повторения
4. Обращаться к справочному материалу

Содержательный анализ выполнения заданий КИМ (ОГЭ)

Задание 6. (умения: действия с десятичными дробями)

«2» выполнение задания 48%

«3» выполнение задания 89%

«4» выполнение задания 97,7%

«5» выполнение задания 99,2%

Основная ошибка: запятая в неверной позиции

Задание 6

Действия с десятичными дробями:

«3» $8,8 - 1,25; 3,2 \times 7; 8,7 : 2,9$

«4» $\frac{2,7}{1,4} + 0,1$

«5» $\frac{0,036}{3,8} \times \frac{1,14}{72}$

Действия с обыкновенными дробями:

«3» $\frac{1}{5} + \frac{53}{50}; \frac{15}{4} \times \frac{6}{5}$

«4» $\left(\frac{11}{18} + \frac{2}{9}\right) : \frac{5}{48}$

«5» $\frac{1}{\frac{1}{30}} + \frac{1}{42}$

Задание 7 (умения: анализ расположения чисел на координатной прямой)

«2» выполнение задания 40%

«3» выполнение задания 85%

«4» выполнение задания 97,2%

«5» выполнение задания 98,7%

Основная ошибка: отсутствие умения работать с координатной прямой

Задание 7. Координатная прямая

На «3»

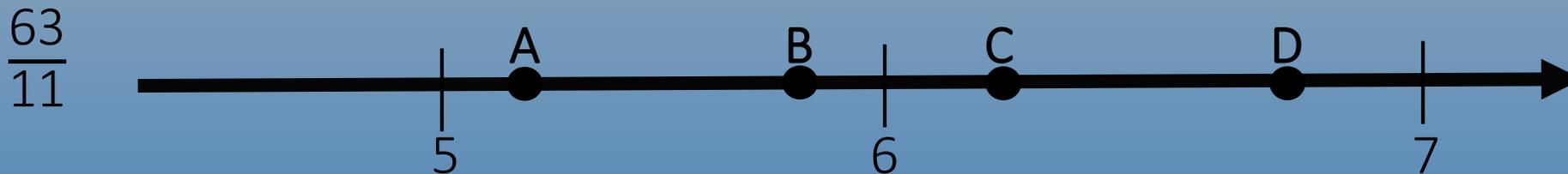
На координатной прямой отмечено число a . Какое из утверждений для этого числа является верным?



- 1) $a - 6$
- 2) $6 - a$
- 3) $a - 7$
- 4) $8 - a$

На «4»

На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D. Одна из них соответствует данному числу. Какая это точка?



- 1) A
- 2) B
- 3) C
- 4) D

На «5»

Сколько целых чисел расположено между...

- 1) $\sqrt{5}$ и $\sqrt{95}$
- 2) $6\sqrt{7}$ и $7\sqrt{6}$
- 3) $\sqrt{17}$ и $\sqrt{114}$
- 4) $4\sqrt{11}$ и $11\sqrt{2}$

Задание 8 (умения: выполнение действий с корнями и степенями с целым показателем)

«2» выполнение задания 11%

«3» выполнение задания 54%

«4» выполнение задания 88%

«5» выполнение задания 97,5%

Основная ошибка: замена степени произведением основания и показателем

Задание 8. Корни, степени. Свойства корней и степеней.

«3» $(a^5)^3 : a^{12}$ при $a = 4$

«4» $(a^2 \times b^{-3})^4 \times a^{-3} \times b^2$
при $a = 9; b = 5\sqrt{3}$

«5» $11^4 \times 12^3 : 132^2$

«3» $\frac{\sqrt{112}}{\sqrt{7}}$

«4» $\sqrt{a^a} \times b^b \times \sqrt{a^3} \times b^5$
при $a = 3; b = 5$

«5» $\frac{(\sqrt{a^5})^4 * (\sqrt{b^4})^5}{(ab)^9}$

при $a = 3 - \sqrt{5}; b = 3 + \sqrt{5}$

Задание 9 (умения: решение простейших линейных и квадратных уравнений)

«2» выполнение задания 8%

«3» выполнение задания 54%

«4» выполнение задания 90%

«5» выполнение задания 97,7%

Основная ошибка: потеря минуса, неправильное раскрытие скобок

Задание 9

Решение линейных уравнений:

«3» $7 - 6x = -4x - 6$

«4» $3x - 2 - 3(x + 5) = -(2 - x) - 5$

Решение квадратных уравнений:

«3» $x^2 - 7x + 10 = 0$

«4» $(-5x - 3)(2x - 1) = 0$

«5» $(x + 7)(x - 8) = (x + 7)(9x + 10)$

Задание 10 (умения: определение вероятности простейшего события)

«2» выполнение задания 14%

«3» выполнение задания 70%

«4» выполнение задания 95%

«5» выполнение задания 98%

Задание 11 (умения: установление соответствия между функциями и их графиками)

«2» выполнение задания 31%

«3» выполнение задания 65%

«4» выполнение задания 93%

«5» выполнение задания 99%

Основная ошибка: неверно определяют графики функций, описывающих прямую и обратно пропорциональную зависимости

Задание 11. Функции

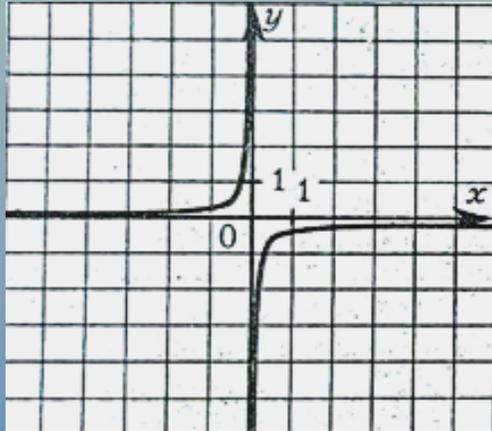
На «3»

A) $y = -x^2 - 5x - 2$

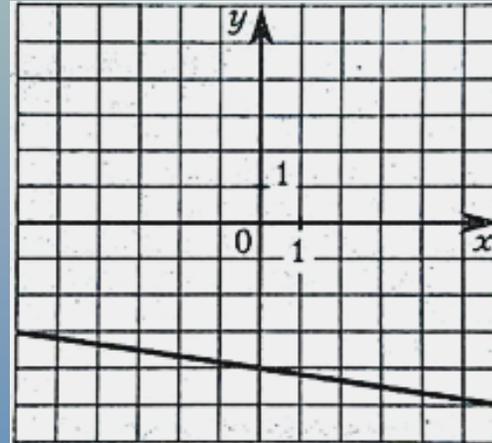
Б) $y = -\frac{1}{3x}$

В) $y = -\frac{1}{6} - 4x$

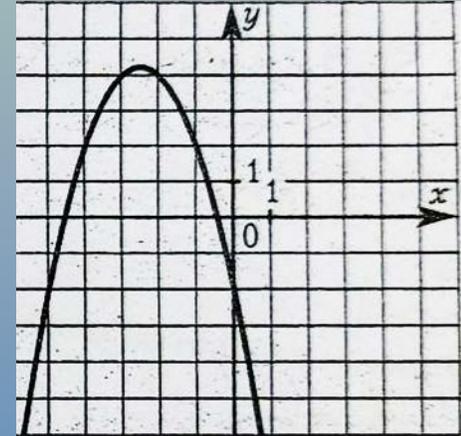
1)



2)



3)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Задание 11. Функции

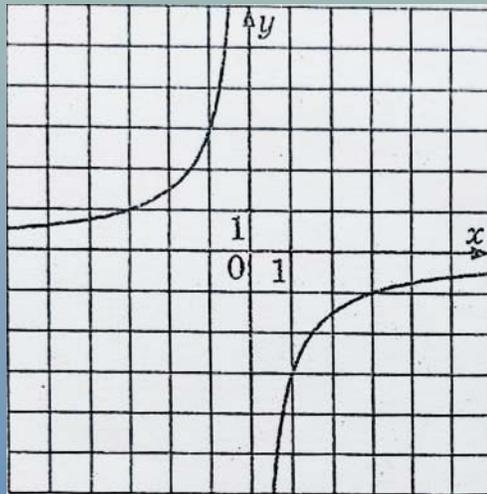
На «4»

1) $y = \frac{3}{x}$

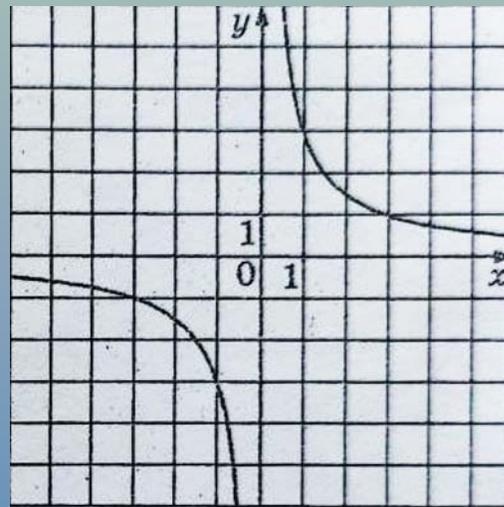
2) $y = \frac{1}{3x}$

3) $y = -\frac{3}{x}$

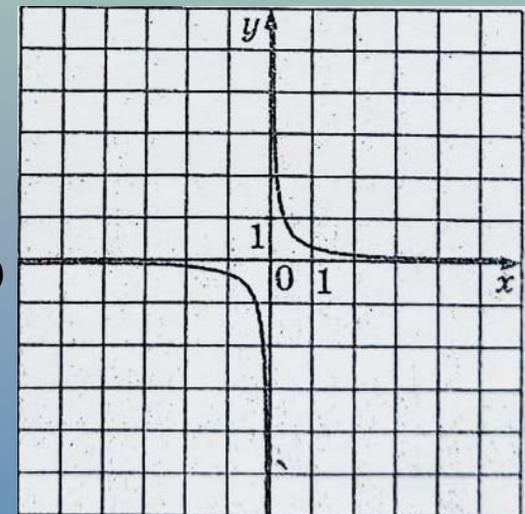
A)



Б)



В)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	Б	В

Задание 11. Функции

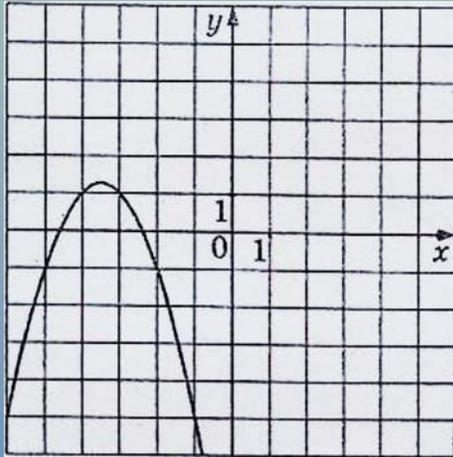
На «5»

1) $y = -x^2 - 7x - 11$

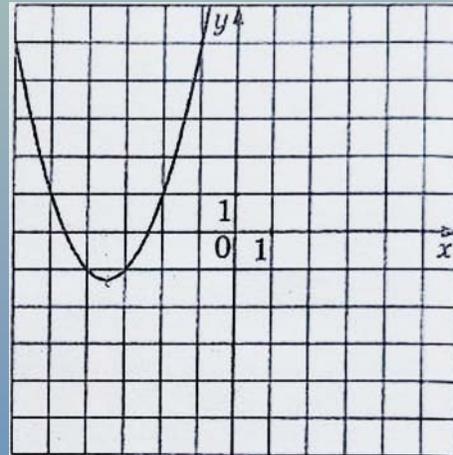
2) $y = x^2 + 7x + 11$

3) $y = x^2 - 7x + 11$

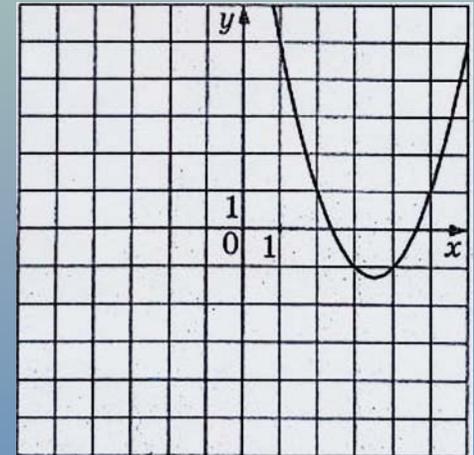
A)



Б)



В)



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Задание 12 (умения: осуществление расчётов по готовым формулам)

«2» выполнение задания 5%

«3» выполнение задания 45%

«4» выполнение задания 83%

«5» выполнение задания 93%

Основная ошибка: отсутствие умения правильно читать условие задачи

Задание 12. Формулы

На «3»: В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывают по формуле $C = 6000 + 4100n$, где n - число колец, установленных в колодце. Рассчитайте стоимость колодца из 8 колец.

На «4»: Расстояние (в метрах) до места удара молнии можно приближённо вычислить по формуле $S = 330t$, где t – количество секунд, прошедших между вспышкой молнии и ударом грома. Определите, на каком расстоянии от места удара молнии находится наблюдатель, если $t = 16$ сек. Ответ дайте в км., округлив его до целых.

Задание 13 (умения: решение неравенств, систем неравенств)

«2» выполнение задания 27%

«3» выполнение задания 45%

«4» выполнение задания 69%

«5» выполнение задания 89%

Основная ошибка: изображение решений на координатной прямой

Задание 13

Решение линейных неравенств: Решение квадратных неравенств:

«3» $4x+5 \geq 6x-2$

«4» $0,7(5-x)+1,7 \geq -0,3(x+2)$

«5» $(2x-4)^2 \geq (2x-5)^2$

«3» $x^2-6x-27 < 0$

«4» $x^2-7x \geq 6x-15-x^2$

«5» $x^2+6x+12 > 0$

$x^2+6x-12 > 0$

$x^2+6x+12 < 0$

$x^2+6x-12 < 0$

какое из неравенств
не имеет решения?

Задание 14 (умения: применение знаний о последовательностях и прогрессиях в прикладных задачах)

«2» выполнение задания 20%

«3» выполнение задания 57%

«4» выполнение задания 85%

«5» выполнение задания 95%

Основные ошибки: вычислительные

Задание 15 (умения: решение задач на нахождение величин элементов исследуемых фигур)

«2» выполнение задания 16%

«3» выполнение задания 83%

«4» выполнение задания 98%

«5» выполнение задания 99,7%

Основные ошибки: незнание свойств и формул планиметрии

Задание 15. Треугольники и их элементы

Внешний угол:

«3» В $\triangle ABC$ $\angle B = 152^\circ$. Найдите внешний угол при вершине B.

«4» Один из внешних углов $\triangle 15^\circ$. Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 1:4. Найдите наибольший из них.

«5» Сумма двух углов \triangle и внешнего угла к третьему равна 156° . Найдите этот третий угол.

Стороны:

«3» Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 35. Найдите гипотенузу.

«4» Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника $9\sqrt{2}$. Найдите катет.

«5» Катеты прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Найдите медиану прямоугольного \triangle , проведенную из вершины прямого угла.

Задание 15. Треугольники и их элементы

Углы:

«3» В треугольнике два угла равны 38° и 89° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

«4» В $\triangle ABC$ угол A равен 20° , а угол B в 4 раза больше угла C . Найдите больший угол треугольника.

«5» Углы треугольника относятся как 5:2:3. Найдите меньший угол треугольника.

Углы в прямоугольном \triangle :

«3» Один из острых углов прямоугольного \triangle 57° . Найдите другой острый угол. Ответ дайте в градусах.

«4» Найдите острый угол равнобедренного прямоугольного треугольника.

«5» В прямоугольном \triangle угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 37° . Найдите меньший угол данного треугольника.

Задание 17. Четырехугольники, их элементы

Параллелограмм; углы

«3» один из углов параллелограмма 125° .

Найдите его меньший угол. Ответ дайте в градусах.

«4» диагональ параллелограмма образует с его стороной углы 39° и 58° . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

«5» один из углов параллелограмма в 8 раз меньше другого. Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Трапеция, углы

«3» угол A равнобедренной трапеции ABCD с основаниями BC и AD равен 25° . Найдите $\angle B$. Ответ дайте в градусах.

«4» сумма двух углов равнобедренной трапеции 102° . Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

«5» один из углов равнобедренной трапеции на 36° больше другого. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Задание 17. Четырехугольники, их элементы

Прямоугольник:

«3» стороны прямоугольника 6 и 8. Найдите диагональ прямоугольника.

«4» меньшая сторона прямоугольника 42, диагонали пересекаются под углом 60° .

Найдите диагонали прямоугольника.

«5» периметр прямоугольника 84. Стороны относятся как 3:4. Найдите диагонали прямоугольника.

Ромб

«3» периметр ромба 44. Найдите его сторону.

«4» диагонали ромба 16 и 30. Найдите его сторону.

«5» найдите меньшую диагональ ромба, стороны которого 19, а острый угол 60° .

Задание 18 (умение: решение планиметрических задач; элемент: фигура на клетчатой бумаге)

«2» выполнение задания 23%

«3» выполнение задания 78%

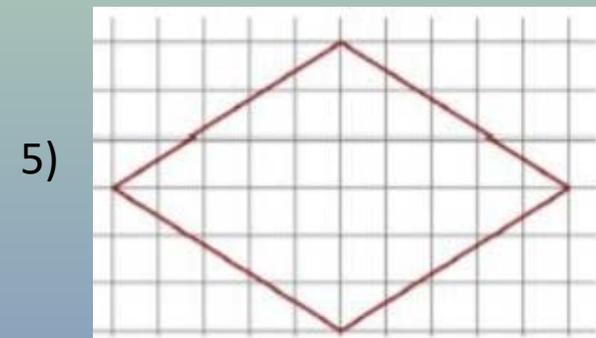
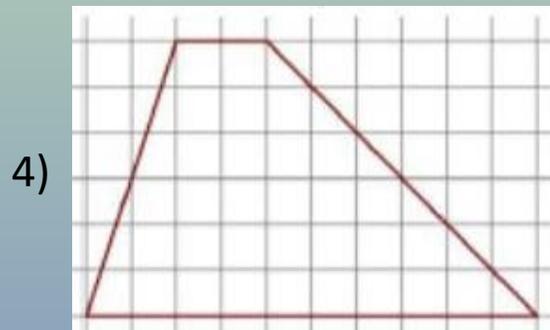
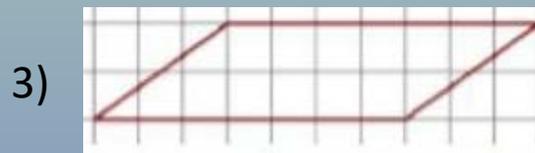
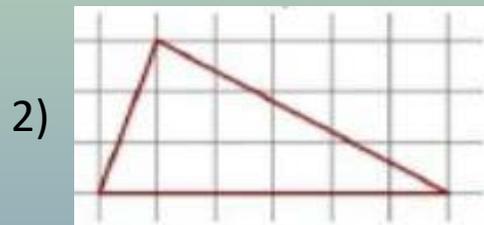
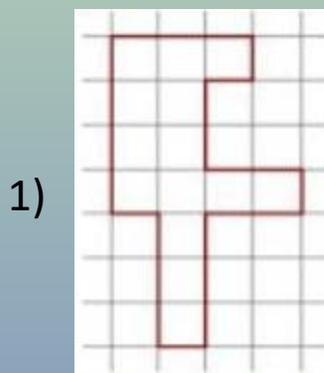
«4» выполнение задания 95%

«5» выполнение задания 99%

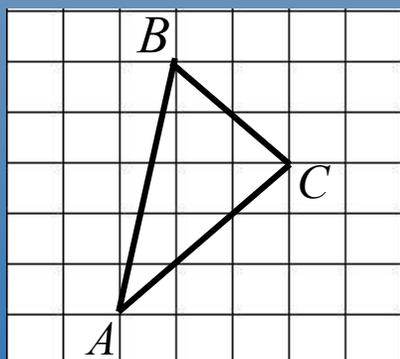
Основные ошибки: незнание простейших геометрических формул, неумение использовать справочный материал.

Задание 18

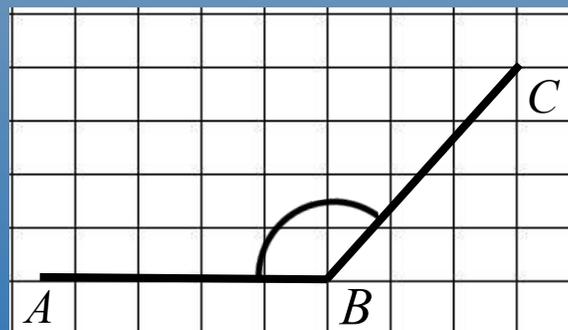
«3» На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь. *Ответ дайте в квадратных сантиметрах*



«4» Найдите тангенс угла B , изображенного на рисунке.



«5» Найдите косинус угла ABC , изображенного на рисунке



В августе 2023 года ФИПИ внёс изменения в КИМ ЕГЭ на 2024 год: в экзаменационной модели профильного экзамена по математике появилось новое задание. В первую часть КИМ включено задание по геометрии с кратким ответом (задание 2), проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы увеличен с 31 до 32.

Больше никаких изменений в профильном ЕГЭ по математике нет. Изменения в содержании и структуре КИМ базового ЕГЭ по математике отсутствуют.

Определение длины вектора

Если известны координаты вектора \vec{a} ($x_a; y_a$), его длину $|\vec{a}|$ можно найти как квадратный корень из суммы квадратов его координат:

$$|\vec{a}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2}$$

Операции над векторами: сложение векторов и умножение вектора на число

Координаты суммы векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ равны сумме соответствующих координат векторов $\vec{a} (x_a + y_a)$ и $\vec{b} (x_b; y_b)$:

$$\vec{c} = (x_a + x_b; y_a + y_b)$$

Координаты произведения вектора \vec{a} на число k равны соответствующим координатам вектора $\vec{a} (x_a; y_a)$, умноженным на это число:

$$k \cdot \vec{a} = (k \cdot x_a; k \cdot y_a)$$

Нахождение скалярного произведения векторов

Скалярным произведением двух векторов \vec{a} и \vec{b} называется число (скалярная величина), равное произведению длин этих векторов на косинус угла α между ними:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \alpha$$

Если известны координаты векторов $\vec{a} (x_a; y_a)$ и $\vec{b} (x_b; y_b)$, то их скалярное произведение можно найти как сумму произведений соответствующих координат:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b$$

Нахождение угла между векторами

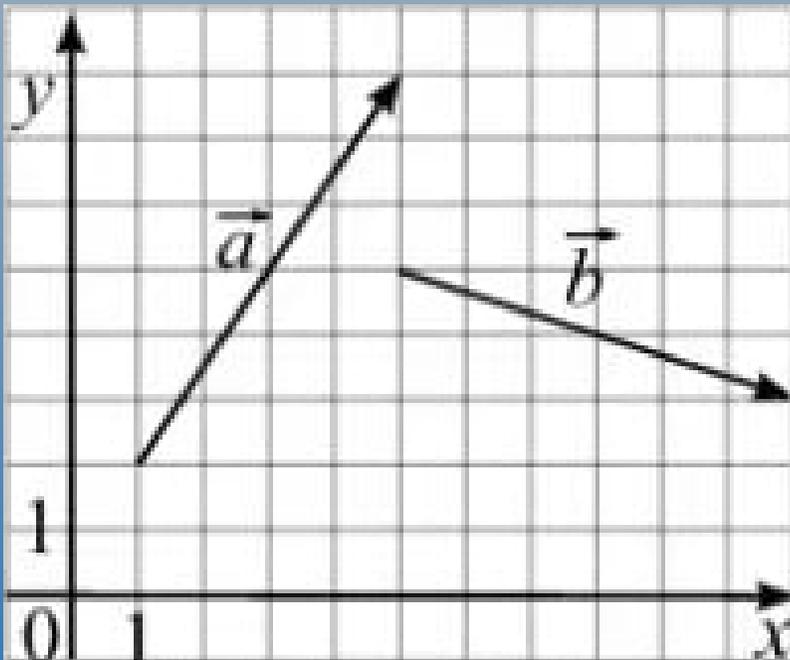
Угол α между векторами \vec{a} и \vec{b} можно найти из определения скалярного произведения:

$$\alpha = \arccos \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Решение задач демоверсии 1

На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} .

Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$



Решение

1. Найдём координаты вектора \vec{a} . Для этого вычтем из координат конечной точки вектора соответствующие координаты начальной точки: $\vec{a} (5 - 1; 9 - 2) = \vec{a} (4; 7)$

2. Аналогично находим координаты вектора \vec{b} : $\vec{b} (11 - 5; 3 - 3) = \vec{b} (6; 0)$.

3. Находим скалярное произведение этих векторов как сумму произведений соответствующих координат:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 6 + 7 \cdot 0 = 24 + 0 = 24$$

Ответ: 24.

Решение задач демоверсии 2

Даны векторы \vec{a} (1; 2), \vec{b} (-3; 6) и \vec{c} (4; -2). . Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

Решение

1. Найдём координаты вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. Для этого выполним заданные арифметические операции над соответствующими координатами этих векторов:

$$\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (1 - (-3) + 4; 2 - 6 + (-2)) = (1 + 3 + 4; 2 - 6 - 2) = (8; -6)$$

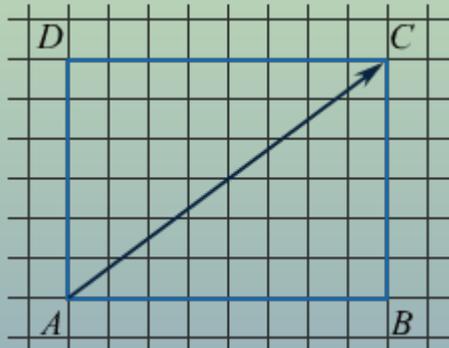
2. Длина вектора равна квадратному корню из суммы квадратов его координат.

Найдём длину вектора с координатами (8; -6):

$$\sqrt{8^2 + (-6)^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

Ответ: 10.

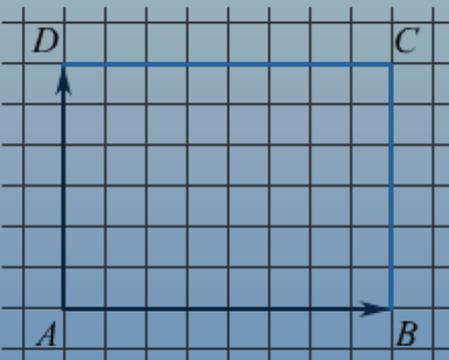
Решение задач с векторами



Задача 1

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8.

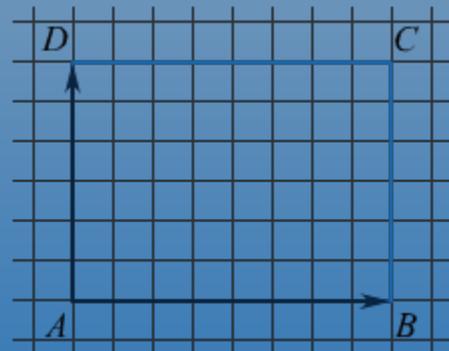
Найдите длину вектора \overrightarrow{AC}



Задача 2

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8.

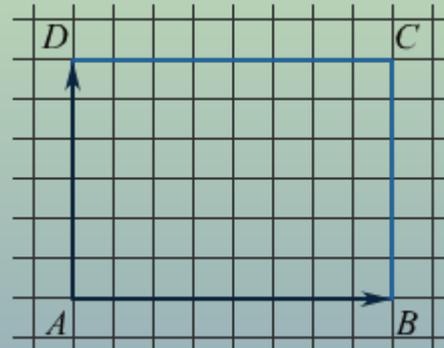
Найдите длину суммы векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .



Задача 3

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8.

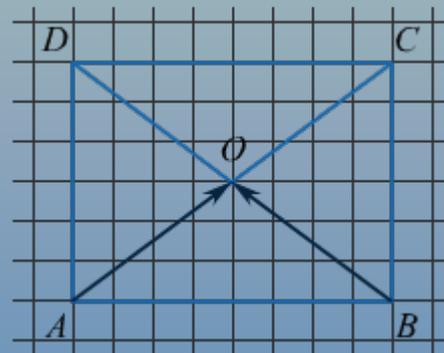
Найдите длину разности векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .



Задача 4

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8.

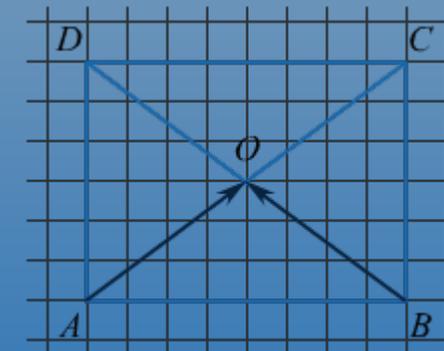
Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .



Задача 5

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8.

Диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину суммы векторов \overrightarrow{AO} и \overrightarrow{BO} .



Задача 6

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8.

Диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину разности векторов \overrightarrow{AO} и \overrightarrow{BO} .

Задачи с векторами

2 Даны векторы $\vec{a}(-10; 8)$, $\vec{b}(-6; 4)$ и $\vec{c}(-9; -20)$. Найдите длину вектора $2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$.

2 Сторона квадрата $ABCD$ равна 13. Найдите скалярное произведение векторов \vec{AB} и \vec{BD} .

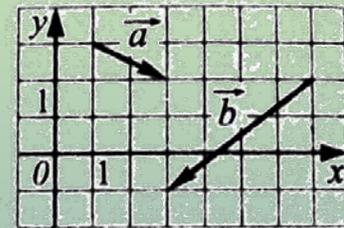
2 Сторона правильного треугольника ABC равна 7. Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BC}$.

2 На координатной плоскости заданы точки: $A(-5; 3)$, $B(9; 7)$, $C(7; -4)$. Четырёхугольник $ABCD$ является параллелограммом. Найдите координаты точки D . В ответе укажите наибольшую из координат точки D .

2 Сторона правильного шестиугольника $ABCDEF$ равна 11. Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{FE}$.

2 Вектор \vec{a} имеет координаты $(\sqrt{3}; 7)$, вектор \vec{b} имеет координаты $(-1; 2\sqrt{3})$. Найдите градусную меру угла между этими векторами.

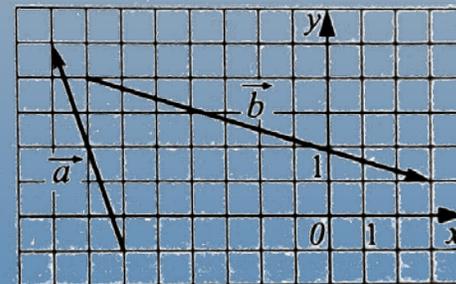
2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите котангенс угла между этими векторами.



Ответ: _____

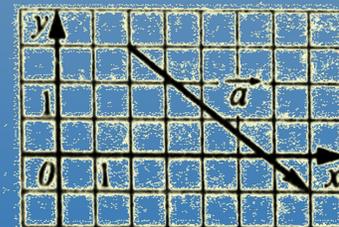
2 Дан правильный восьмиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$, точка O — его центр. Найдите радиус вписанной окружности этого многоугольника, если скалярное произведение векторов $\vec{OA_1} + \vec{OA_2}$ и $\vec{OA_4} + \vec{OA_5}$ равно $-98\sqrt{2}$.

2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b}$.



Ответ: _____

2 Вектор \vec{b} коллинеарен вектору \vec{a} , изображённому на рисунке. Найдите координату вектора \vec{b} вдоль оси абсцисс, если его координата вдоль оси ординат равна 80.



Ответ: _____

Школа не должна научить на всю жизнь

Школа должна научить учиться всю жизнь

Спасибо за внимание!